

# Progetto STEM

22/10/2021

Federica Lizzi

# piattaforma Lisa



<https://www.prospettivedidattiche.it/lisa/course/>

# percorso

**22/10/2021** → Presentazione del percorso; Problemi: tipologie e caratteristiche; Scelta del problema; Analisi a-priori del problema; Analisi a-posteriori: protocollo risolutivo

**29/10/2021** → Processi cognitivi per la risoluzione del problema matematico, Difficoltà in matematica; Ruolo della lingua nella comprensione dei problemi

**05/11/2021** → Strategie risolutive

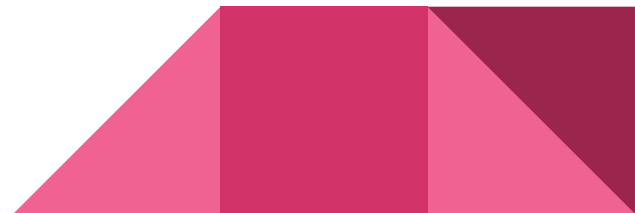
**12/11/2021** → Matematica e metacognizione

**project work**



# finalità

- identificare le difficoltà che gli studenti incontrano nella risoluzione dei problemi
- progettare interventi didattici di potenziamento delle abilità carenti.



# Perché fare matematica a scuola?

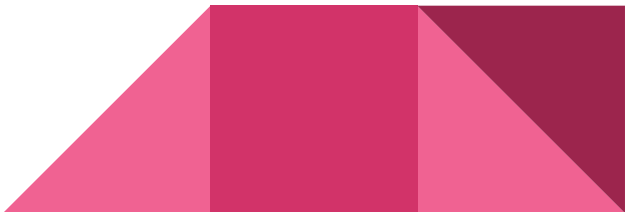


<https://www.menti.com/xer6ss22io> (codice: 5485 8819)

<https://www.mentimeter.com/s/92163ea908fd03b76eec98b26e7fecbe/0323bad3aa24>


# Unesco 1997

“ ..... considerata l'importanza centrale della matematica e delle sue applicazioni nel mondo odierno nei riguardi della scienza, della tecnologia, delle comunicazioni, dell'economia e di numerosi altri campi; [...]; si sottolinea il **ruolo chiave** dell'educazione matematica, in particolare al livello della scuola primaria e secondaria sia per la **comprensione dei concetti matematici** sia per lo **sviluppo del pensiero razionale**”.



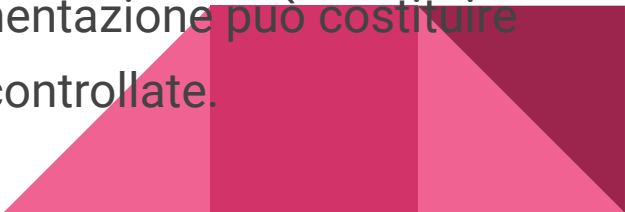
# Indicazioni Nazionali, 2012

Le conoscenze matematiche contribuiscono alla **formazione culturale** delle persone e delle comunità, sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il «pensare» e il «fare» e offrendo strumenti adatti a **percepire, interpretare e collegare** tra loro **fenomeni naturali**, concetti e artefatti costruiti dall'uomo, eventi quotidiani. In particolare, la matematica **dà strumenti per la descrizione scientifica** del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; **contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare** in modo corretto, di **comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri**.



# Indicazioni Nazionali e nuovi scenari, 2018


La matematica [...] permette anche di **sviluppare competenze trasversali** importanti attraverso attività che valorizzano i processi tipici della disciplina: “In particolare, la matematica [...] contribuisce a sviluppare la capacità di **comunicare** e **discutere**, di **argomentare** in modo corretto, di **comprendere** i punti di vista e le argomentazioni degli altri.” Tali competenze sono rilevanti per la formazione di una cittadinanza attiva e consapevole, in cui ogni persona è disponibile all’ascolto attento e critico dell’altro e a un confronto basato sul riferimento ad argomenti pertinenti e rilevanti. In particolare, l’educazione all’argomentazione può costituire un antidoto contro il proliferare di informazioni false o incontrollate.






# D'Amore, 2014

Concepire la matematica come mero e riduttivo strumento è un modo di avvilire la matematica che, invece, è un **metodo per indagare la realtà**, per darne **modelli razionali e coerenti**, **linguaggio** per esprimere una **descrizione della realtà**, del mondo che ci circonda: matematica ha la sua radice etimologica in mathema, conoscenza, di portata culturale assai vasta [...]. La matematica ha un aspetto estetico non banale, educante, significativo. La matematica si identifica con lo **sviluppo delle conoscenze** e con l'**organizzazione razionale dell'interpretazione e rappresentazione della realtà**.



# Raccomandazioni europee

La competenza matematica è l'abilità di **sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane**. Partendo da una solida padronanza delle competenze aritmetico matematiche, l'accento è posto sugli aspetti del **processo** e dell'attività oltre che su quelli della **conoscenza**. La competenza matematica comporta, in misura variabile, la capacità e la disponibilità a usare modelli matematici di pensiero (pensiero logico e spaziale) e di presentazione (formule, modelli, schemi, grafici, rappresentazioni).



<<Il motivo principale di esistenza per il matematico è **risolvere problemi**, e dunque, quello in cui consiste veramente la matematica sono **problemi e soluzioni**>>.

(The heart of mathematics, Paul Halmos, 1980)



# Perché è un problema risolvere i problemi?



<https://www.menti.com/hvntqr26mo> (codice 6140 4228)

<https://www.mentimeter.com/s/2682da748a61edd56321c61e5e3b5280/ac1cf1bd3abd>

# competenza del problem solving

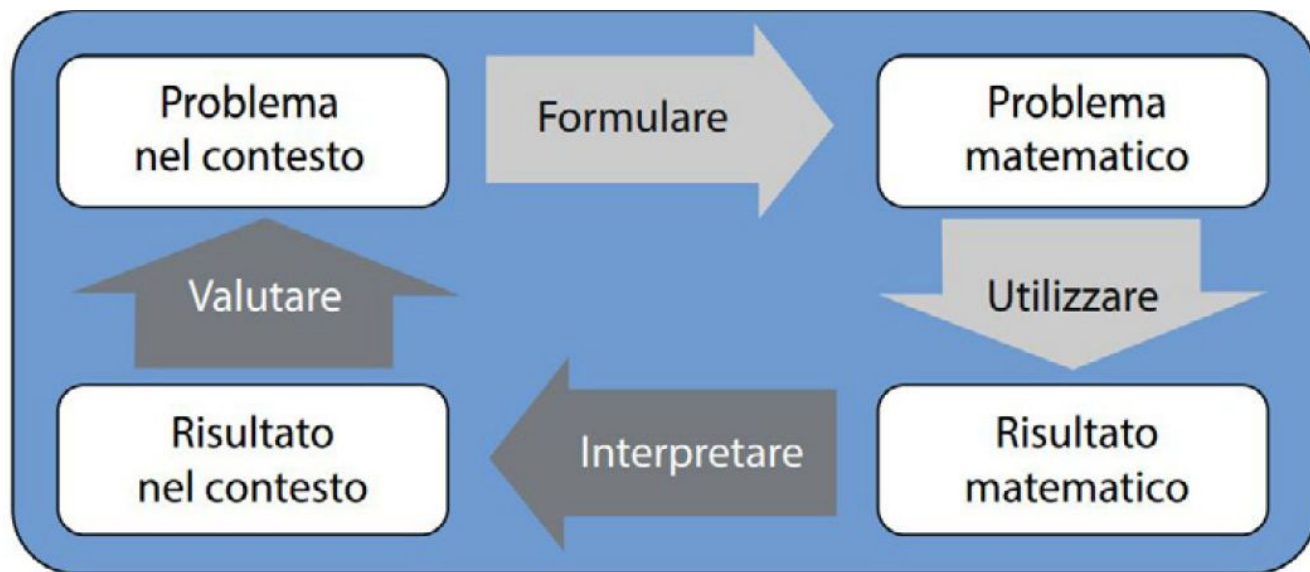
una competenza esperta nel problem solving matematico richiede:

- risorse cognitive → conoscenze e le abilità necessarie alla risoluzione del problema
- risorse euristiche → capacità di individuare il problema, di metterlo a fuoco, di rappresentarlo, di trovare le strategie risolutive
- capacità di controllo → modalità con cui pianificare le strategie risolutive, monitorare le azioni, valutare la plausibilità della soluzione
- sistema di convinzioni del soggetto → la sua idea di matematica e di se stesso in rapporto alla matematica.

Schoenfeld



# componenti fondamentali dei processi di risoluzione dei problemi matematici



**ciclo della  
matematizzazione**

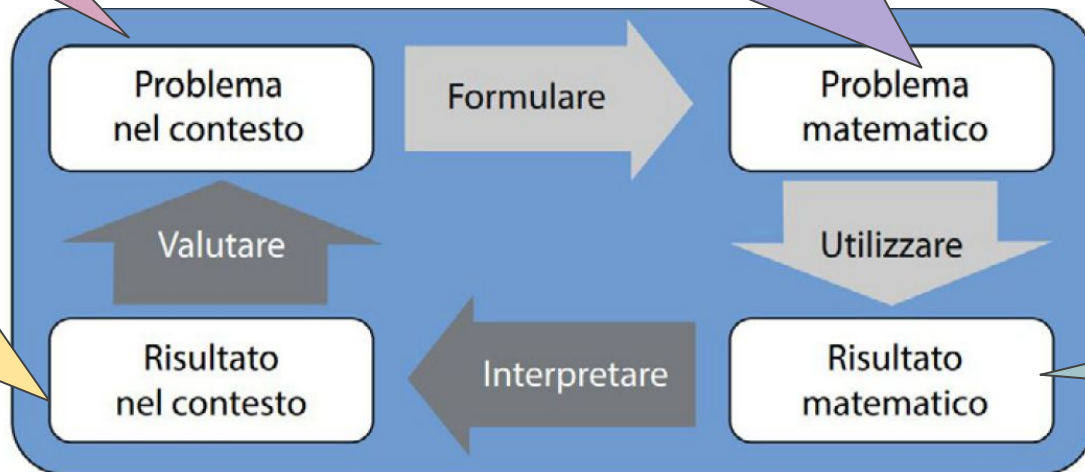
(PISA, Programme  
for International  
Student  
Assessment )

Partire da un problema reale

Strutturare il problema in base a concetti matematici:

- isolare progressivamente il problema ritagliandolo dalla realtà
- mettere così in evidenza gli aspetti matematici della situazione
- trasformare il problema reale in un problema matematico che rappresenti fedelmente la situazione

Tradurre la soluzione matematica nei termini della situazione reale

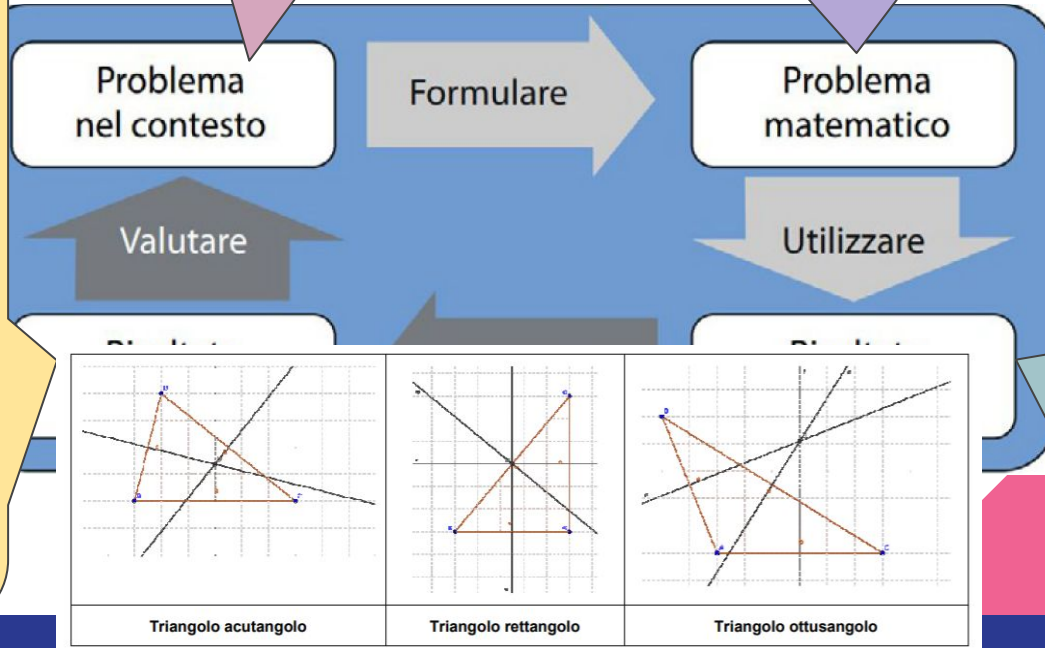


Risolvere il problema matematico

Il consiglio comunale ha deciso di mettere un lampione in un piccolo parco triangolare in modo che l'intero parco sia illuminato. Dove dovrebbe essere collocato il lampione?

Il parco può essere rappresentato come un triangolo e l'illuminazione di un lampione come un cerchio con il lampione al centro. Il problema viene riformulato in: "localizzare il centro del cerchio circoscritto al triangolo"

La soluzione trovata viene applicata alla situazione del parco reale. Occorre ragionare sulla soluzione e riconoscere che se uno dei tre angoli fosse ottuso, la soluzione non sarebbe appropriata, poiché il lampione dovrebbe essere collocato fuori dal parco.



Poiché il centro di un cerchio circoscritto a un triangolo giace nel punto di incontro degli assi dei lati del triangolo, occorre costruire gli assi di due lati del triangolo. Il loro punto di intersezione è il centro del cerchio.

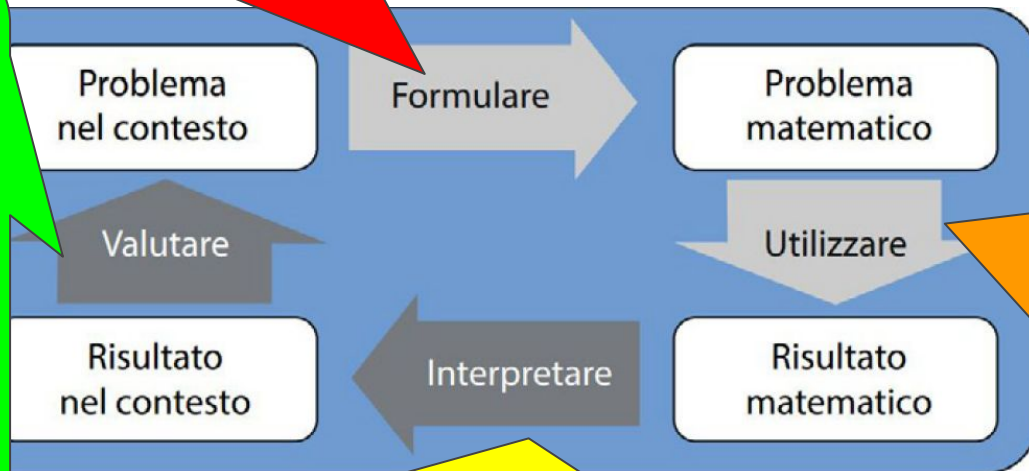


**Formulare** il problema: trasporto dal linguaggio naturale al linguaggio matematico.

- comprensione profonda della situazione
- decodifica delle informazioni espresse in diversi registri semiotici

Valutare la pertinenza della soluzione ipotizzata in rapporto al contesto di realtà da cui si è partiti.

- valutare l'accettabilità dei processi risolutivi e delle soluzioni
- riflettere criticamente sugli eventuali limiti o punti di forza



**Utilizzare** i propri saperi per dare una risposta al problema matematico.

- utilizzare strategie risolutive già note
- elaborare nuove strategie

**Interpretare** il risultato nel contesto del problema iniziale.

- riflettere su procedimenti, soluzioni o conclusioni matematiche
- spiegare e argomentare

significato delle  
parole

comprensione  
della situazione

trasformazione  
del testo in un  
modello  
matematico

fattibilità dei  
risultati

Problema  
nel contesto

Formulare

Problema  
matematico

risoluzione  
matematica

Valutare

Utilizzare

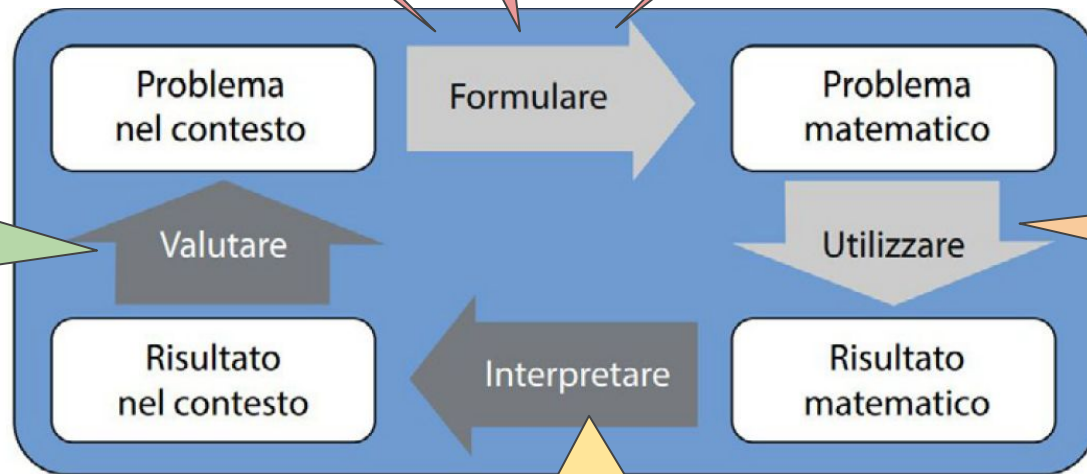
Risultato  
nel contesto

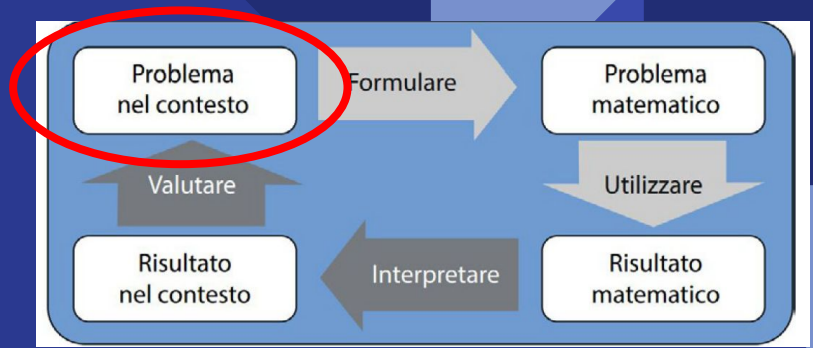
Interpretare

Risultato  
matematico

interpretazione  
dei risultati

difficoltà





# Problema nel contesto

# Cos'è un problema?

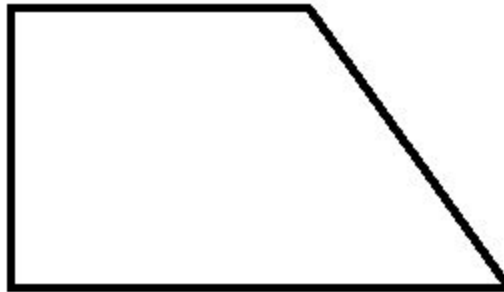


<https://www.menti.com/r5kf421y4f> (codice: 4820 0759)

<https://www.mentimeter.com/s/05f87cc5d59ad9bd10052dd2ef608326/257ab97dd105>

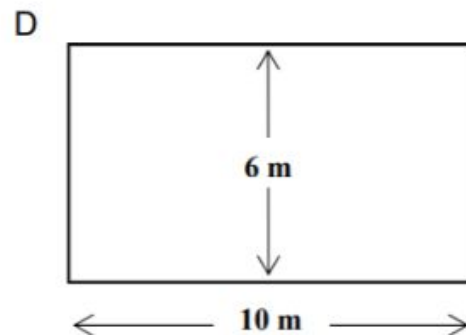
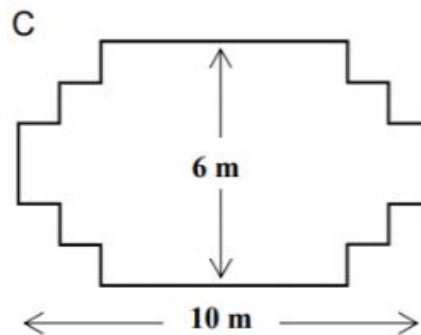
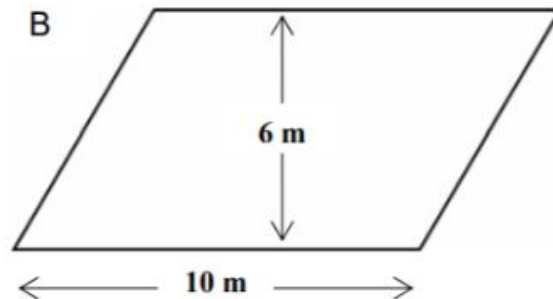
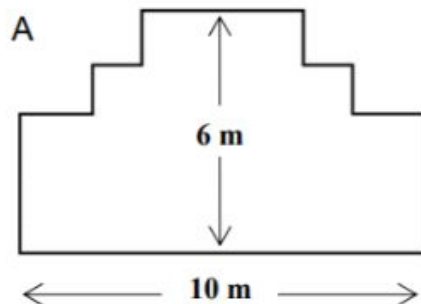
## esempio 1

Calcola il perimetro di un campo che ha la forma di un trapezio rettangolo con le basi di dam 5,2 e m 29, il lato obliquo di m 35 e l'altezza di m 26.



## esempio 2

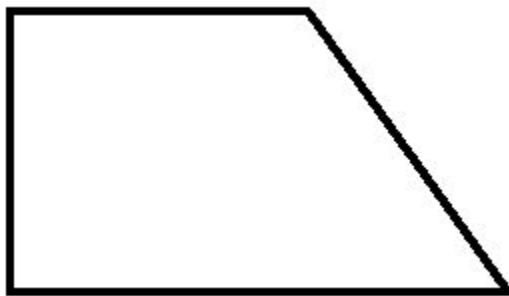
Un carpentiere ha 32 metri di tavole di legno e vuole fare il recinto a un giardino. Per il recinto prende in considerazione i seguenti progetti.



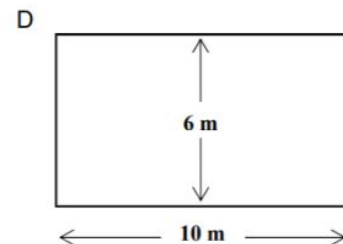
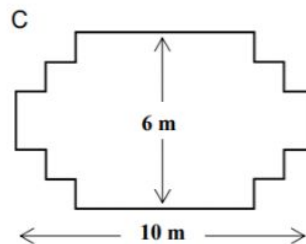
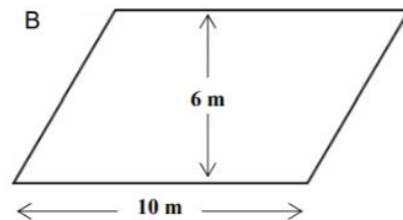
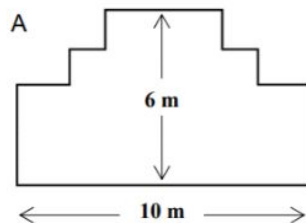
Indica per ciascun progetto se è possibile realizzarlo con 32 metri di tavole.

## a confronto...

Calcola il perimetro di un campo che ha la forma di un trapezio rettangolo con le basi di dam 5,2 e m 29, il lato obliquo di m 35 e l'altezza di m 26.



Un carpentiere ha 32 metri di tavole di legno e vuole fare il recinto a un giardino. Per il recinto prende in considerazione i seguenti progetti.

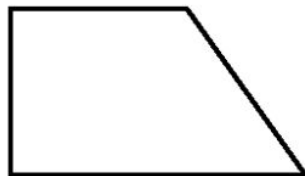


Indica per ciascun progetto se è possibile realizzarlo con 32 metri di tavole.

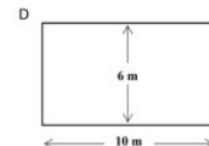
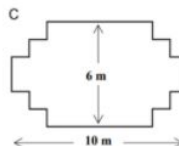
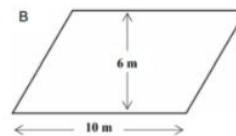
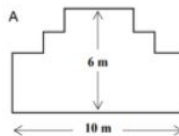
# Dunker

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla

Calcola il perimetro di un campo che ha la forma di un trapezio rettangolo con le basi di dam 5,2 e m 29, il lato obliquo di m 35 e l'altezza di m 26.



Un carpentiere ha 32 metri di tavole di legno e vuole fare il recinto a un giardino. Per il recinto prende in considerazione i seguenti progetti.



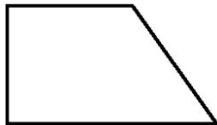
Indica per ciascun progetto se è possibile realizzarlo con 32 metri di tavole.



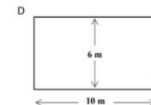
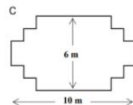
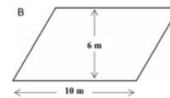
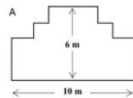
# Polya

«Risolvere un problema significa trovare una strada per uscire da una difficoltà, una strada per aggirare un ostacolo, per raggiungere uno scopo che non sia immediatamente raggiungibile».

Calcola il perimetro di un campo che ha la forma di un trapezio rettangolo con le basi di dm 5,2 e m 29, il lato obliquo di m 35 e l'altezza di m 26.



Un carpentiere ha 32 metri di tavole di legno e vuole fare il recinto a un giardino. Per il recinto prende in considerazione i seguenti progetti.

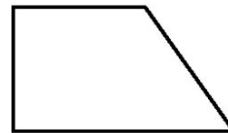


Indica per ciascun progetto se è possibile realizzarlo con 32 metri di tavole.

Nella pratica didattica, il problema è un testo in cui sono inseriti i dati numerici e le parole chiave per la risoluzione di un problema e in fondo al testo è presente una domanda esplicita. Il problema richiede la messa in atto di una o più regole precedentemente apprese.

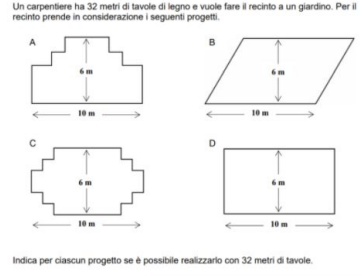
↓  
problema standard  
↓  
esercizio

Calcola il perimetro di un campo che ha la forma di un trapezio rettangolo con le basi di dam 5,2 e m 29, il lato obliquo di m 35 e l'altezza di m 26.



uso di regole già apprese e, semmai, in via di consolidamento e rafforzamento.

# problema non standard



un problema che non presenta una struttura lineare, i testi sono originali e inediti e non ci sono parole chiave che permettono di applicare una o l'altra strategia risolutiva, inoltre, in fondo al testo non è presente una domanda esplicita. Per questo problema, l'allievo non ha modelli matematici disponibili; deve costruire nuove strategie. Questo problema richiede la messa in atto di una serie di procedure, inventarne delle nuove, fare dei tentativi, tornare sui propri passi e verificare se l'applicazione della nuova strategia risulta vincente oppure no

# esercizio $\neq$ problema

# esercizio vs problema

chi lo affronta, sa già quale procedura applicare per raggiungere l'obiettivo

prevede un comportamento esecutivo e riproduttivo

l'errore è indicatore di applicazione scorretta della procedura

permette di lavorare su conoscenze e abilità. Le competenze coinvolte si limitano all'applicazione corretta della procedura

chi lo affronta, non sa a-priori quale procedura permette di raggiungere l'obiettivo

richiede di prendere decisioni e quindi un comportamento strategico

l'errore può essere parte del percorso risolutivo e va dunque messo nel conto

permette di lavorare su conoscenze e abilità e di adattare a situazioni nuove, ovvero mettere in gioco competenze



Come deve essere  
un problema?

# Indicazioni nazionali 2012

Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come **questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana**, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, **rappresentandole** in diversi modi, conducendo le **esplorazioni** opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, **congetturando** soluzioni e risultati, individuando possibili **strategie risolutive**. [...] Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di **esporre** e di **discutere** con i compagni le soluzioni e i procedimenti seguiti.

# “buon” problema

vero problema, non risolvibile solo applicando procedure note

aperto, con molteplici risoluzioni


inedito, mai affrontato prima almeno in quella forma

significativo, permette di lavorare su obiettivi significativi della matematica

realistico, vicino al vissuto del bambino

di difficoltà mirata,

inclusiva, cioè deve richiedere la valorizzazione dell'esperienza e delle conoscenze degli alunni, ma soprattutto consentire l'esplorazione a vari livelli.





Dove trovare  
“buoni” problemi?



# RMT (Rally Matematico Transalpino)



HOME

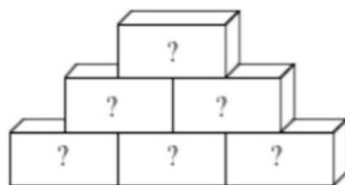
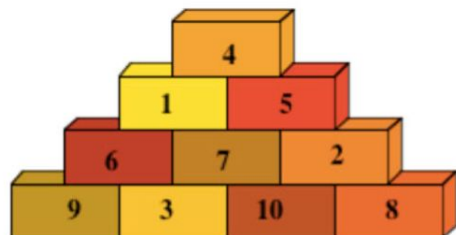
INFORMAZIONI ▼

SEZIONI ▼

DOCUMENTAZIONE ▼

LA GAZZETTA DI TRANS

Associazione Rally Matematico Transalpino



sono significativi dal punto di vista matematico,

sono adeguati al grado di sviluppo cognitivo degli allievi,

producono motivazione

stimolano il coinvolgimento,

prevedono più strategie risolutive,

offrono occasioni per far evolvere la capacità di rappresentazione.

<http://armtint.eu/>

## decisioni dell'insegnante

- relative alla scelta di «*buoni*» *problemi*;
- relative alla gestione, nelle fasi di messa in comune, delle *soluzioni personali* elaborate dagli allievi;
- relative ai modi di far evolvere queste *soluzioni personali* verso *soluzioni esperte*.

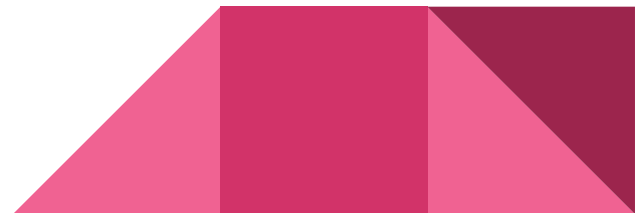


# analisi a-priori

L'analisi a-priori (Charnay, 2003) è uno strumento che consente agli insegnanti di anticipare le reazioni degli alunni e, quindi, ad orientare scelte.

È un lavoro di ipotesi finalizzato alla previsione di:

- percorsi, strategie, soluzioni
- difficoltà ed errori
- variabili didattiche
- variabili pedagogiche



## analisi a-priori: percorsi, strategie, soluzioni

i percorsi, le strategie, i ragionamenti, le procedure, le soluzioni che l'allievo può mettere in opera nella situazione che gli viene proposta tenuto conto delle sue conoscenze presupposte:

*può lanciarsi a risolvere questo problema? Ha dei criteri per sapere se ha risolto bene o no?*



## analisi a-priori: difficoltà ed errori

le difficoltà che può incontrare e gli errori che può commettere:

*la situazione permette all'allievo di impiegare le sue concezioni errate?*



## analisi a-priori: variabili didattiche

lo studio delle variabili didattiche della situazione e gli effetti sul lavoro dell'allievo, delle modifiche che l'insegnante può apportare alla situazione:

*la nozione o la procedura prevista è lo strumento più appropriato per risolvere il problema posto?*



## analisi a-priori: variabili pedagogiche

lo studio delle variabili pedagogiche, legate a delle scelte di organizzazione della classe o di interventi da parte dell'insegnante, e i loro effetti sul lavoro degli allievi:

*quali sono i tipi di organizzazione o gli interventi che costituiranno un ostacolo al lavoro desiderato dell'allievo?*



# perché?

- **aiuto all'osservazione:** l'esplicitazione delle diverse procedure che gli allievi possono adottare permette d'identificare più rapidamente quelle che sono effettivamente utilizzate dagli allievi, comprese quelle che eventualmente non sono state previste;
- **aiuto alla classificazione:** a partire dall'osservazione realizzata durante il lavoro degli allievi, diventa possibile operare una classificazione delle procedure;
- **aiuto all'organizzazione e alla gestione della messa in comune:** scelta dell'ordine nel quale saranno esaminate le procedure, scelta delle produzioni più significative, possibilità di raffronto di procedure differenti, scelta degli allievi da sollecitare ...
- **aiuto all'aiuto:** l'analisi a priori permette anche di anticipare gli aiuti da apportare sia durante il lavoro di ricerca (messa a disposizione di una pista più lunga per certi allievi, per esempio) e soprattutto le evoluzioni possibili tra procedure che possono essere considerate come simili.



# analisi a-posteriori

Un attento esame degli elaborati degli allievi permette di:

- evidenziare conoscenze utilizzate e difficoltà incontrate
- confrontare procedure e rappresentazioni
- analizzare errori commessi

L'analisi a-posteriori permette di acquisire informazioni sul modo di ragionare degli allievi, sulla loro inventività collettiva (schemi, calcoli, testi per spiegare), la loro propensione a scegliere una strategia cognitivamente poco dispendiosa.

È necessaria per valutare la pertinenza di una strategia, il suo grado di validità; per insegnare le differenti sfaccettature del sapere.

Permette di acquisire informazioni sulle conoscenze dei concetti che hanno gli allievi, consentendo agli insegnanti di fare aggiustamenti sul loro insegnamento di un dato concetto.

Fa “vedere” il divario tra ciò che è insegnato e ciò che è appreso.





laboratorio

## problema n.1

### **GALLINE E PECORE**

In una fattoria c'erano alcune galline e pecore.

Complessivamente c'erano 8 teste e 22 zampe.

Quante galline c'erano?

Quante pecore c'erano?

Spiegate il vostro ragionamento.

## problema n.2

### **AUTO E GARAGE**

Possiedo 5 auto e un garage molto ampio.

Se vedo 2 auto parcheggiate fuori dal garage, quante sono all'interno?

In quanti modi diversi posso parcheggiare le mie auto all'interno e all'esterno del garage?

## problema n.3

### **CHE FAMIGLIA!**

I signori Calcoli hanno 5 figli le cui età sono numeri pari differenti. La somma delle età delle tre figlie è uguale a 30 anni. La somma delle età dei figli maschi è uguale a 14 anni. La somma delle età dei due maggiori è uguale a 26 anni. La somma dell'età dei due più giovani è uguale a 10 anni. Indicate l'età di ciascun figlio e precisate se si tratta di un maschio o di una femmina. Spiegate il vostro ragionamento e indicate tutte le risposte possibili.

## problema n.4

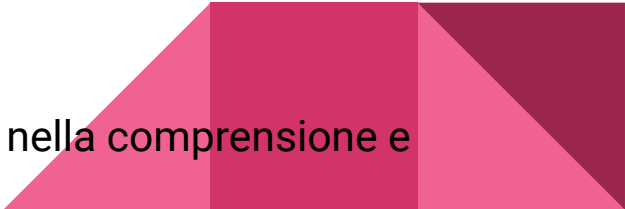
### **LA TARGA DELL'AUTO**

La polizia cerca l'auto di un ladro.

- un primo testimone ha osservato che il numero della targa è formato da cinque cifre, tutte differenti.
- un secondo testimone ricorda che la prima cifra è 9,
- un terzo testimone ha notato che l'ultima cifra è 8,
- un quarto testimone, che ha 22 anni, ricorda che la somma delle cinque cifre della targa è uguale alla sua età.

Quale può essere il numero della targa dell'auto che la polizia cerca? Scrivete tutte le possibilità e spiegate come le avete trovate.

# analisi a-priori: domande

- 1) Quali ambiti concettuali sono interessati dal problema?
  - 2) In quale classe o classi il problema potrebbe essere proposto?
  - 3) Ci sono osservazioni da fare sul testo? Se sì, specificarle e indicare eventuali modifiche
  - 4) Quali conoscenze e abilità possono essere attivate o consolidate negli allievi? Quali eventuali nuove conoscenze e abilità potrebbero essere stimulate?
  - 5) Che tipo di rappresentazioni, procedure o strategie potrebbero utilizzare gli allievi tenuto conto delle conoscenze che si presuppone possiedano?
  - 6) Quali difficoltà potrebbero incontrare e/o che tipo di errori potrebbero commettere gli allievi?
  - 7) Evidenziare alcune valenze didattiche del problema in oggetto
  - 8) Quali variazioni apportaresti al quesito per aiutare lo studente nella comprensione e risoluzione?
- 

# Polya

“Quindi un insegnante di matematica ha una grande possibilità. Ovviamente, se egli impiegherà le sue ore di lezione a far eseguire dei calcoli ai suoi studenti, finirà per soffocare il loro interesse, arrestare il loro sviluppo mentale e sciupare l’opportunità che gli si presenta. Invece, se risveglierà la curiosità degli alunni proponendo problemi di difficoltà proporzionate alle conoscenze della scolaresca e li aiuterà a risolvere le questioni proposte con domande opportune, egli saprà ispirare in loro il gusto di un ragionamento originale”

